



# BDT 모형과 T-F 모형의 사용에 따른 전환금융상품 평가모형 구축

「고정소득증권기초」와「금융소프트웨어」강의페어링  
금융공학과 4학년 201421487 조우진, 송하석 교수님 지도

## 목적

저는 금융공학 관련 전공자로서 학교생활을 하는 동안 파생상품 관련 학습과 연구를 진행하고 있습니다. 학습 과정에서 투자자들의 흥미로운 패턴을 발견하였는데, 대부분의 투자자는 파생상품의 개념을 이해하는 것이 어렵고 본인과는 상관없다고 주장하면서도 주가연계증권이나(ELS) 파생연계증권(DLS)과 같은 파생형 금융상품에 망설임 없이 투자하곤 하는 것입니다. 시장경제원칙에 따라 투자자는 자신의 선택에 책임을 지는 것이 합당하지만 이는 금융상품에 대해 올바른 정보를 충분히 제공받은 상황에서 전제로 하여야 합니다. 마찬가지로 전환금융상품에 관한 정확한 공정가치회계 정보가 제공되어야 하는 것은 필연적이라 생각합니다. 최근 들어 투자자는 전통적인 자금조달 방법(주식, 채권) 대신 전환사채(CB)나 신주인수권부사채(BW) 그리고 전환상환우선주(RCPS)와 같은 원본증권이 보통주와 같은 다른 유형의 금융 상품으로 전환될 수 있는 전환금융상품을 선호하고 있어 이들의 가치평가방법론은 초미의 관심사가 되고 있습니다. 그리하여 저는 '고정소득증권기초' 수업에서 배운 전환금융상품의 평가방법과 '금융소프트웨어' 수업에서 배운 Excel 매크로 방식을 응용·융합하여 옵션과 전환금융상품의 평가모형을 설명하며, 국제회계기준에 의한 재무보고 목적의 파생상품 평가방법을 기업의 회계담당자나 외부감사인과 같은 금융공학 비전문가도 쉽게 이해 할 수 있도록 설명할 것입니다. 또한 기초적인 데이터를 입력했을 때, 쉽게 올바른 정보(전환금융상품의 가치)를 얻고 투자결정을 내릴 수 있는 Excel 파일을 만들어 금융시장의 자생적 질서 속에서 단순하게 시장 참여자로서의 역할에서 더 나아가 질서 그 자체로 작동하며, 하나의 사회적 자본으로서 역할을 수행해 나갈 수 있도록 할 것입니다.

## B-D-T 모형과 T-F 모형이 무엇인가?

(주)메이저나인 전환사채 평가보고서					(주)뉴로메카 상환전환우선주 평가보고서				
□ 공정가치 평가금액(10,000원 기준)					□ 공정가치 평가금액 (주당가격)				
종목명	채권가치	전환권가치	풋옵션가치	콜옵션가치	종목명	우선주가치	상환권가치	전환권가치	공정가치
(주)메이저나인 전환사채	9,873.32원	296.77원	385.66원	-81.47원	(주)뉴로메카 상환전환우선주	79,761.54원	260,900.76원	0.00원	340,662.30원

공정가치 평가모형의 결과를 비교하기 위해서 한국자산평가의 (주)메이저나인 (전환사채)·(주) 뉴로메카(상환전환우선주)의 평가보고서를 기준으로 하였습니다.

### I. BDT Model

B-D-T 모형은 Fischer Black과 Emanuel Derman 등이 1989년 공동으로 개발한 대표적인 무차이거래 이자율 평가모형 입니다. B-D-T 모형에서의 채권가격은 단기자율 요소에 의해 결정되고 단기자율은 로그정규분포를 따르며 단기자율의 변동성은 시간의 함수로 결정됨을 가정합니다. B-D-T 모형은 이항옵션모형에 기초해 구현하는데, 단기자율의 변동성을 고려하여 단기선도이자율(short-term forward rate) 트리를 생성하고 생성된 각 노드(node)별 단기선도이자율 트리에 의해 채권가격을 아래와 같이 생성합니다.

$$V(t_{ij}) = \frac{P^* \cdot V(t_{i+1, j+1}) + (1 - P^*) \cdot V(t_{i+1, j})}{(1 + f_{ij})} + CF_i$$

for  $t=0, 1, \dots, T$

$V(t_{ij})$  : Bond Value at Node( $t, j$ ),  $j$ :  $i$  기간의  $j$ 노드상태  
 $P^*$  : Probability of Upside  
 $CF_i$  : FV + coupon rate

### II. T-F Model

Tsiveriotis와 Fernandes는 전환사채를 지분요소가치(Equity value)와 부채요소가치(Debt value)로 분리하여 위험중립확률이 적용되는 지분요소가치는 무위험이자율로 할인하고 부채요소가치는 신용위험이 반영된 위험이자율로 할인하여 각각의 가치를 산정한 후 두 가치의 합으로 전환사채의 가치를 측정하는 모형(Equity and bond cashflow-weighted discounting model)을 제시하였습니다. 또, Hull은 이를 이항모형으로 구현하여 아메리칸 옵션유형에 적용할 수 있는 전환사채 평가방법을 제시하였습니다. Tsiveriotis-Fernandes and Hull 모형은 전환사채의 구성요소별 현금흐름에 대응되는 할인율을 달리 적용함으로써 전환사채의 현금흐름의 위험과 특성을 반영하는 장점으로 인해 실무적으로 가장 널리 이용되고 있습니다.

T-F and Hull 모형에 따른 전환사채 가치평가는 만기시점(pay-off)의 지분요소가치, 부채요소가치를 각각 계산한 후 이를 합하여 만기시점 전환사채가치를 계산하는 것으로 시작합니다.

$$V_{S_{t,j}} = V_{S_{t,j}}^e + V_{S_{t,j}}^d$$

$V_{S_{t,j}}^e$  : component Equity Value at pay-off  
 $V_{S_{t,j}}^d$  : component Debt Value at pay-off

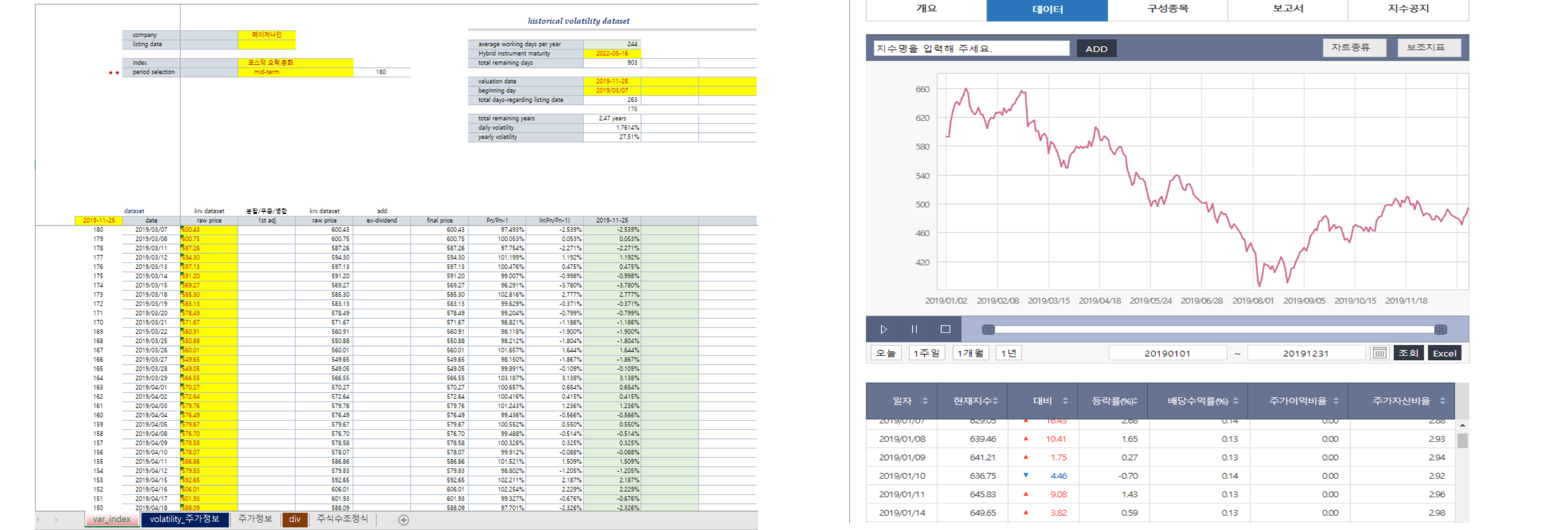
Equity tree  
 $V_{S_{t,j}}^e = C \times X_{S_{t,j}}$  if  $C \times X_{S_{t,j}} > \text{Red}$ ,  $V_{S_{t,j}}^e = 0$  if  $C \times X_{S_{t,j}} < \text{Red}$   
if not converted, i.e.  $q_{ij} = 0$   
if Put or Call,  $V_{S_{t,j}}^e = 0$   
otherwise,  $V_{S_{t,j}}^e = \left( \frac{p \cdot V_{S_{t+1,j+1}} + (1-p) \cdot V_{S_{t+1,j}}}{(1+r_f)} \right)$

Debt tree  
 $V_{S_{t,j}}^d = \text{Red}$  if  $C \times X_{S_{t,j}} > \text{Red}$ ,  $V_{S_{t,j}}^d = 0$  if  $C \times X_{S_{t,j}} < \text{Red}$   
if converted, i.e.  $q_{ij} = 1$   $V_{S_{t,j}}^d = C \times X_{S_{t,j}}$   
if not converted, i.e.  $q_{ij} = 0$   
if Put or Call,  $V_{S_{t,j}}^d = \text{Put or Call}$   
otherwise,  $V_{S_{t,j}}^d = \left( \frac{p \cdot V_{S_{t+1,j+1}} + (1-p) \cdot V_{S_{t+1,j}}}{(1+r_f)} + \text{coupon} \right)$

## 연구 진행: 가치평가 모델을 적용한 엑셀 프로그램 구축

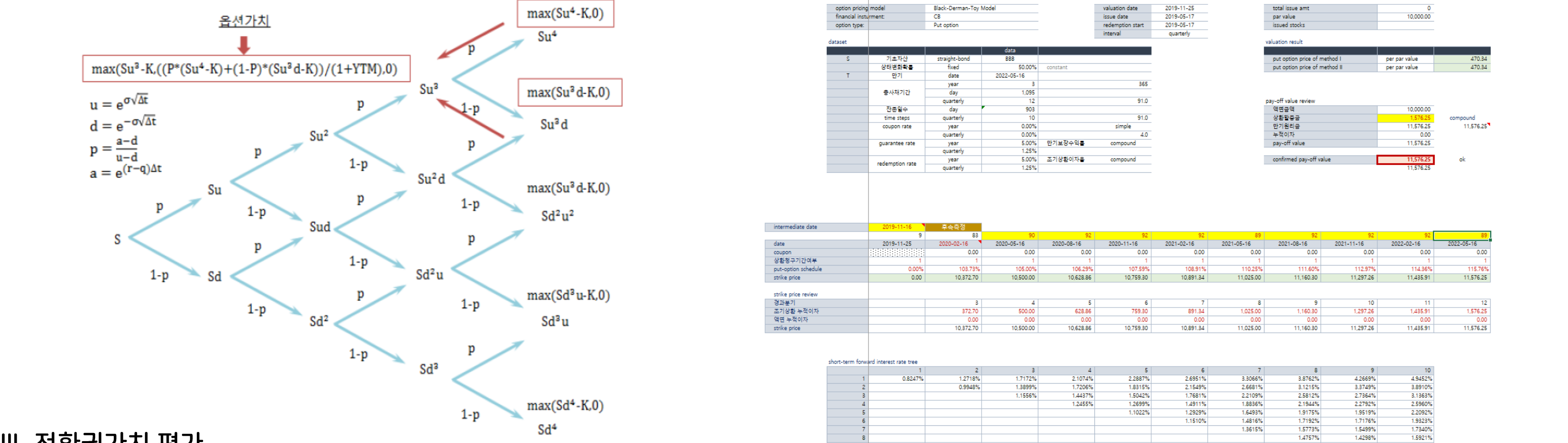
### I. Volatility(변동성) 측정

옵션평가를 위해 사용하는 변동성은 발행회사가 거래소나 코스닥에 상장 내지 등록이 되어 있지 않기 때문에, 상장되어 있는 유사 업종 기업군들의 평균 180영업일 기준 변동성을 사용합니다.



### II. 일반채의 가치 및 상환권가치 평가 프로세스

전환사채의 가격은 채권가치(Bond Value)와 전환권가치(Conversion Value)의 합으로 평가됩니다. 채권가치(Bond Value)는 일반채(Straight Bond)의 가치와 옵션의 가치로 나뉩니다. 여기에서 옵션이란 채권에 부여된 권리로, 사채 발행시 제시된 조건이 성립되면 만기일 이전이라도 발행회사는 사채권자에게 매도청구를, 사채권자는 발행회사에 매수(상환) 청구를 할 수 있는 권리인 콜옵션과 풋옵션을 의미합니다. 전환사채의 채권에서 발생하는 모든 현금흐름을 Shadow Rating 결과를 통하여 결정된 할인율로 할인하여 계산하면, 일반채(Straight Bond)의 현재가치를 산출할 수 있습니다. (주)메이저나인 전환사채의 일반채(Straight Bond) 현재가치를 계산합니다. 그리고 (주)뉴로메카 우선주의 현재가치는 우선주에서 발생하는 모든 배당금을 Shadow Rating 결과를 통하여 결정된 적절한 할인율로 할인하여 계산됩니다. 현금흐름 할인시 사용하는 할인율은 기간별 현물이자율입니다.



### III. 전환권가치 평가

전환사채 투자자는 행사대상 주식의 가격이 상승하는 경우 전환권 행사를 통하여 추가적인 이익을 얻을 수 있습니다. 일반적인 전환사채는 일정기간 동안 행사할 수 있는 아메리칸 옵션(American Type Option)의 특징을 지니고 있기에 블랙-숄즈 옵션가격결정모형(Black-Scholes Option Pricing Model)을 이용하여 가치를 결정하는 것에 한계가 있습니다. 그래서 아메리칸 옵션 형태의 전환권을 평가하기 위해 이항모형(Binomial Tree Model)을 사용합니다. 이항모형은 옵션가격을 결정하는 기초 자산인 주가가 상승 또는 하락하는 두 가지의 경우를 시점 별로 주가 트리를 생성하여, 옵션의 최적행사시점을 추정하고, 이 시점에서의 옵션가격을 산출하는 모형입니다.

이항모형은 주식연계옵션(Equity Linked Option: ELO)의 가격을 평가하는 방법 중 가장 널리 사용되는 방법입니다. 이항모형은 옵션의 만기일까지 주가가 변할 수 있는 여러 과정을 보여줍니다. 만기시점까지의 주가를 만기시점의 옵션의 페이오프(Payoff)를 결정한 이후 이를 각 노드(Node)마다 할인하여 옵션의 가치를 구합니다. 이항모형(Binomial Tree Method)을 사용하여 주가 상승, 하락과정을 추정하기 위해서는 노드(Node)를 생성해야 하고, 이를 산출하기 위한 기준일을 설정해야 합니다. 저는 옵션의 행사기간 동안 일별로 노드를 산출하여 기초자산의 움직임을 산출했습니다. 옵션 만기까지 주가의 경로를 산출한 후, 옵션의 가치는 만기에서 역으로 산출합니다. 아메리칸 옵션의 경우, 옵션행사기간 내에 언제든지 행사 가능한 옵션으로, 옵션을 즉시 행사할 때의 가치와 보유하고 이후에 행사했을 때의 가치 중 더 큰 가치를 실현하는 것을 전제로 합니다.

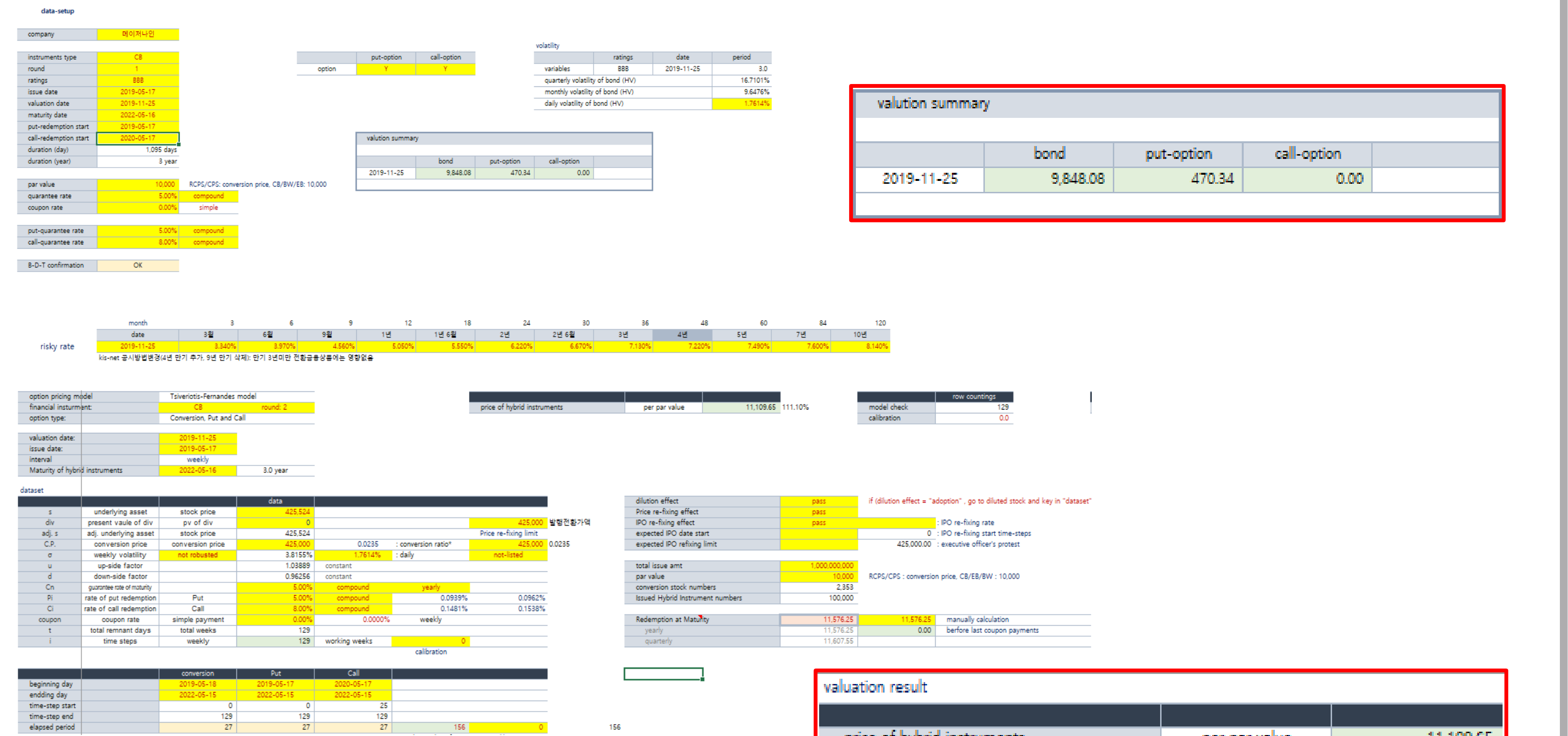
### IV. 옵션 페이오프(Payoff) 결정

이항모형을 이용하여 생성된 주가와 전환사채의 행사가격을 이용하여 마지막 Node의 전환권 만기의 옵션 페이오프(Payoff)를 결정합니다. 전환사채는 채권을 보유하면서 고정된 현금흐름을 수취할 것인지, 전환을 통해 이를 주식으로 보유할 것인지를 선택할 수 있는 상품입니다. 따라서 전환사채 만기시점의 행사가격은 만기시점의 채권의 가치입니다. 이 때 옵션의 가치는 마지막 노드(Node)의 주가와 행사가격의 차액으로 결정합니다.

만기시점의 (i+1,j)와 (i+1,j+1) 노드(Node)의 가치를 할인하여 (i,j) 노드(Node)의 가치를 계산하고, 행사가능시기에 포함될 경우 현재 행사가치와 할인가치를 비교하여 큰값을 가지고 (i,j) 노드(Node)의 옵션의 가치를 결정합니다. 전환사채의 경우 채권과 옵션을 분리할 수 없는 상품입니다. 따라서 옵션의 할인가치 산출 시, 대상기업의 신용등급을 반영하여, 대상기업의 할인율을 사용합니다.

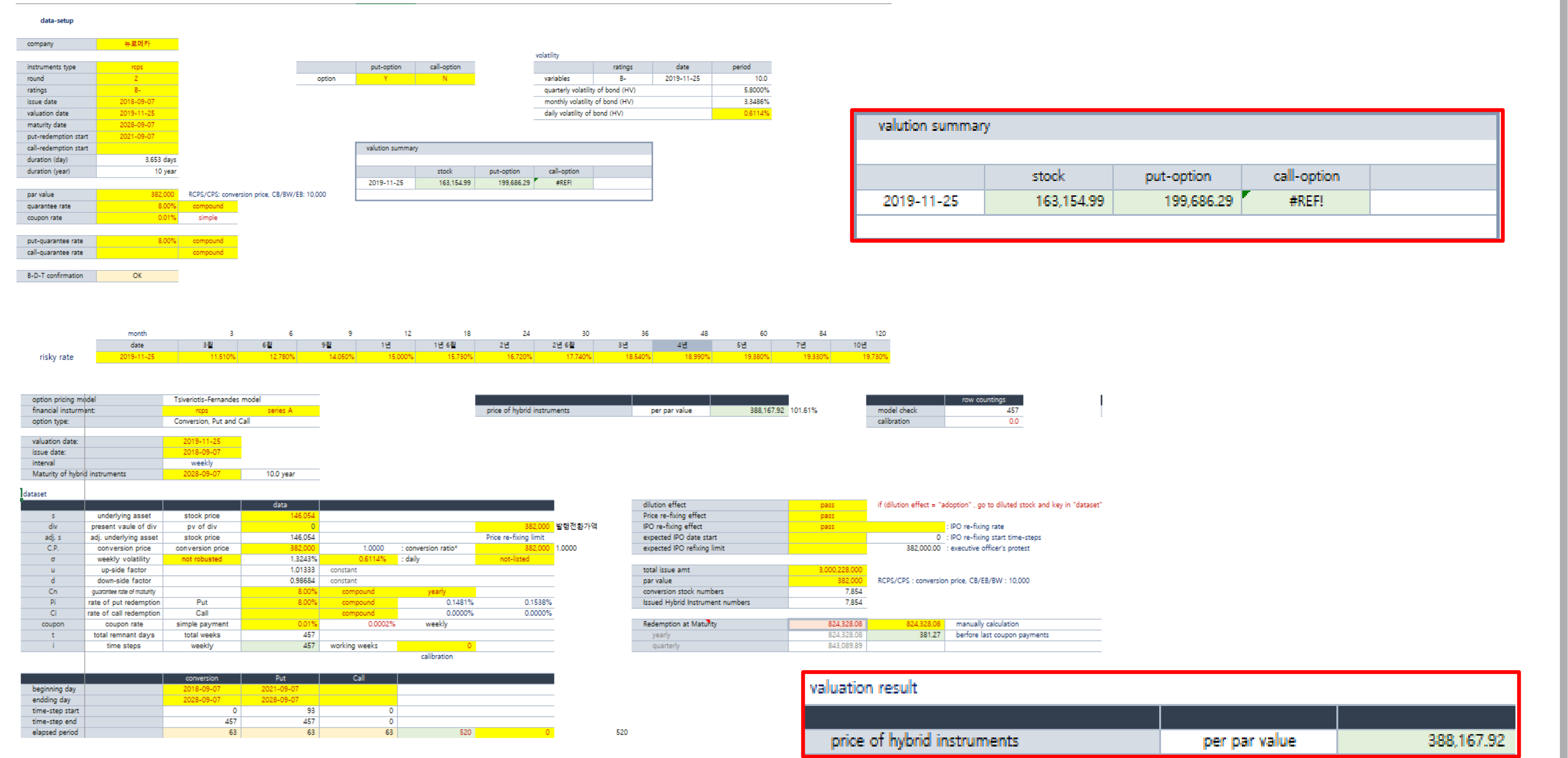
## 결론

### I. (주) 메이저나인 전환사채(CB) 평가



B-D-T모형과 T-F모형을 통한 (주)메이저나인의 전환사채의 공정가치 평가결과 11,109.65원이라는 결과를 도출해냈다. 여기서 채권의 가치가 9,848.08원 전환권의 가치가 791.23원 풋옵션의 가치가 470.34원 콜옵션의 가치가 0원임을 알 수 있었다.

### II. (주) 뉴로메카 상환전환우선주(RCPS) 평가



B-D-T모형과 T-F모형을 통한 (주)메이저나인의 전환사채의 공정가치 평가결과 388,167.92원이라는 결과를 도출해냈다. 여기서 우선주의 가치가 188,481.63원 전환권의 가치가 0원 풋옵션(상환권)의 가치가 199,686.29원임을 알 수 있었다.

## 보완점 및 개선사항

한국자산평가의 (주)메이저나인과 (주)뉴로메카의 각각의 전환채권과 상환전환우선주의 공정가치 가격을 비교해 보았을 때, 어느정도 차이가 있음을 확인할 수 있었습니다. 그중 가장 큰 이유는 채권의 가격을 측정하는 모형이 달랐습니다. 우선 한국자산평가에서는 Jarrow-Lando-Turnbull 모형에 의하여 산출된 스프레드와 무위험 이자율을 합산해 수익률곡선(Yield Curve)을 도출하고 있었습니다. 또한 내재변동성 값의 차이가 있습니다. 이로 인해 제가 측정한 모형에서는 (주)메이저나인의 콜옵션 값이 측정되지 않았으며, (주)뉴로메카의 우선주의 가치와 풋옵션의 가치가 매우 큰 폭으로 차이가 났습니다. 저는 보통주의 공정가치측정을 넘어 실무적으로 자주 접하는 다양한 유형의 금융상품의 인식과 공정가치 측정에 대해 다루고 싶었습니다. 여기에는 우선주와 같은 다른 유형의 지분상품이나 원리금 구성이 다양한 형태의 채무 상품입니다. 특히, 전환사채나 전환상환우선주와 같이 파생요소가 내재된 복합상품의 인식과 측정방법에 대해서 실무적인 모형을 제시할 수 있다는 것에 중점을 두었습니다. 전환사채와 같은 복합상품은 하나 이상의 가치평가 모형을 이해하고 적용할 수 있어야 하며, 내재된 파생요소의 특성에 따라 그 인식과 측정방법이 달라질 수 있음을 확인하였습니다. 각 자산평가기업의 금융상품 공정가치 측정방법이 다르며, 각 기업의 고객마다 평가보고서를 통한 투자결정을 함에 있어 이는 매우 중요한 사항임을 알 수 있었습니다. 교과서에서 배운 내용으로는 다 알 수 없었던 탓에 많은 논문을 찾아보았지만 많은 부족함이 있음을 알게 되었습니다. 앞으로 이를 더 응용하여 다른 자산평가기업의 평가방법과 무엇이 달랐는지, 무엇이 잘못되었는지를 더 파악 할 것이며, 최근 국제회계기준을 적용하는 기업들에게 금융 상품의 공정 가치 측정이 점점 중요해지고 있는 회계환경에서 이론적 가치평가 모형을 금융상품의 인식과 측정방법에 실무적으로 적용해 나가는 것이 중요함입니다. 저의 이 작지만 큰 노력이 금융상품의 가치평가실무에 있어서 적지않은 도움이 되었으면 하는 바램을 가지게 되었습니다.

## 참고 문헌

### I. 이자율 모형

- Implementation of hull-white model\_Construction of interest rate trinomial tree for Hull-White model- 금융감독원 선임 겸사역 이석형
- Impact of Different Interest Rate Models on Bond Value Measures - GERALD W. BUETOW, JR., BERND HANKE, AND FRANK J. FABOZZI
- Calibrating the Black-Derman-Toy model:some theoretical results - PHELIM P. BOYLE, KEN SENG TAN AND WEIDONG TIAN
- 이자율 파생상품 강의 - 금융감독원 이석형
- USING HULL-WHITE INTEREST-RATE TREES - John Hull and Alan White

### II. 전환채권

- 옵션가격결정모형을 이용한 전환사채 전환권의 가치평가 - 고병석
- 전환사채의 가치평가 Valuation of Convertible Bonds - 정기영, 김예경
- 전환가격 재조정이 포함된 전환사채의 가치평가에 관한 실증연구 - 김동석, 김민준, 이용
- Quantitative Strategies Research Note\_Valuing Convertible Bonds as Derivatives - Goldman Sachs
- Convertible Bonds: A Technical Introduction - Barclays Capital

### III. T-F 모형

- A simple and precise method for pricing convertible bond with credit risk - T Xiao
- Issuing a Convertible Bond with Call-Spread Overlay: Incorporating the Effects of Convertible Arbitrage - Samira Shigir
- Convertible Bonds: Model, Value Attribution, and Analytics - Thomas S.Y. Ho and David M. Pfeffer